

Introduzione

Il presente volume nasce con l'obiettivo di raccogliere alcuni tra i contributi più significativi alla didattica della matematica e nella formazione dei docenti di matematica, progettati e sviluppati in Emilia Romagna durante l'esperienza decennale della SSIS (Scuola di Specializzazione per l'Insegnamento secondario).

Diversi sono i temi e gli aspetti che i ricercatori delle università dell'Emilia Romagna hanno analizzato e le proposte che hanno potuto sperimentare con la collaborazione degli insegnanti in formazione e dei tutor. Pur nella impossibilità di illustrarli tutti in un solo numero della rivista, si è cercato di dare una visione abbastanza ampia e differenziata, che testimonia la grande energia e la spinta al rinnovamento nell'insegnamento della matematica, che la passata Scuola di specializzazione era riuscita a mettere in campo. Queste proposte, a posteriori corrette e implementate, costituiscono prezioso materiale su cui basare gli interventi nei futuri Tirocini Formativi Attivi per gli insegnanti di matematica.

Anche se la divisione tra gli ambiti è troppo schematica, possiamo dire che all'insegnamento e apprendimento della matematica sono principalmente dedicati i primi cinque capitoli di questo volume. Seguono quattro capitoli maggiormente rivolti alla formazione degli insegnanti, gli ultimi due capitoli riguardano alcuni aspetti della storia degli insegnamenti matematici in Italia.

Alla didattica dell'algebra sono dedicati tre interventi. Il primo saggio, che apre il volume, è un'approfondita rassegna di Nicolina Malara sui principali apporti della letteratura internazionale sui processi di generalizzazione, in relazione all'insegnamento dell'algebra. Per 'processo di generalizzazione' si intende una serie di atti di pensiero che portano un soggetto a riconoscere, dall'esame di casi singoli, l'occorrenza di elementi caratteristici comuni; quindi a spostare l'attenzione dai singoli casi alla totalità dei casi possibili ed infine ad estendere a tale totalità i caratteri comuni individuati. La generalizzazione, che è un processo generale della conoscenza e cardine di quella matematica, è particolarmente significativo in algebra, dove i processi di astrazione e generalizzazione stanno alla base della rappresentazione simbolica. Sono analizzati e confrontati i modelli proposti da W. Dörfler (1991), M. Heyny (2003) e A. Ellis (2007). Si passa poi più specificamente agli studi sull'early algebra, che

propone un uso precoce delle lettere intrecciato ad un insegnamento relazionale dell'aritmetica, ed una valorizzazione del linguaggio algebrico come strumento di rappresentazione di relazioni e proprietà, di ragionamento e giustificazione. Questi sono distinti secondo tre filoni principali, negli anni tra il 2003 e il 2011, attribuiti a T. J. Cooper e E. Warren, a F. Rivera e J. Becker, e a L. Radford.

Segue un articolo, della medesima autrice, sulle ricerche svolte dal nucleo di Modena sulla formazione degli insegnanti per un approccio socio-costruttivo all'early algebra. La ricerca si situa nell'ambito di un vasto studio iniziato ancora negli anni Novanta del secolo scorso e che ha portato alla nascita del Progetto ArAl: percorsi in aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico, e che si fonda sul presupposto che l'apprendimento del linguaggio algebrico possa svilupparsi in analogia con le modalità d'apprendimento del linguaggio naturale. I principi base del progetto sono: l'anticipazione di attività pre-algebriche di tipo generazionale all'inizio della scuola primaria; la costruzione sociale delle conoscenze; la centralità del linguaggio naturale come mediatore didattico principale; l'individuazione e l'esplicitazione del pensiero algebrico presente nei concetti e nelle rappresentazioni dell'aritmetica. Strumenti, metodi ed attività messi a punto in seno al progetto hanno la funzione di sostenere gli insegnanti nel proporre alle classi attività di early algebra con modalità socio costruttive, e di formarli come insegnanti 'metacognitivi' attraverso la riflessione sulla loro azione di classe.

Completa la trilogia sull'algebra, il saggio di Annalisa Cusi che si occupa di un modello per la riflessione a posteriori sulle attività condotte durante l'insegnamento e verificate dagli specializzandi SSIS durante il tirocinio. La ricerca trae origine dagli studi sull'early algebra, ossia sull'approccio anticipato all'algebra, in un ottica di continuità tra i vari livelli scolari (tra scuola primaria e secondaria, tra scuola secondaria di primo e secondo grado). Per lo sviluppo della consapevolezza negli allievi che il linguaggio algebrico possa rappresentare un importante strumento per la scoperta e talvolta anche la creazione di nuovi oggetti, sono state scelte attività di approccio alla dimostrazione in ambito aritmetico. Il percorso didattico si sviluppa sul lungo termine partendo da semplici attività di modellizzazione ed interpretazione per arrivare a proporre agli allievi attività di formulazione di congetture e costruzione di dimostrazioni. L'analisi delle sperimentazioni in ambito SSIS ha tuttavia messo in luce come i docenti che avevano condiviso sia la progettazione del percorso didattico, sia la pianificazione della metodologia da adottare, non siano riusciti a porsi, durante l'azione di classe, secondo comportamenti e

7 - Introduzione

atteggiamenti consapevoli ed efficaci. In linea con le idee di John Mason (*Researching Your Own Practice: the Discipline of Noticing*, London, 2002), gli insegnanti vengono quindi coinvolti in una articolata attività di analisi critica delle trascrizioni dei processi di classe e di riflessione su di essi, attraverso la metodologia delle 'trascrizioni multicommentate'. E' allo studio un percorso più strutturato per i Tirocini Formativi Attivi che vedrà impegnati piccoli gruppi di tirocinanti coinvolti sulle stesse attività da proporre in classe e nelle successive attività di riflessione congiunta sul proprio lavoro.

Alla storia della matematica come utile strumento per l'apprendimento della matematica è dedicato un articolo di Alessandra Fiocca. Si tratta di una linea di ricerca nel campo dell'educazione matematica, da diversi decenni sviluppato anche in campo internazionale. In Gran Bretagna ad esempio, la British Society for the History of Mathematics (BSHM) tra i suoi obiettivi indica quello di: *to promote the use of the history of mathematics at all levels in mathematics education in order to enhance the teaching of mathematics for the public benefit*, che persegue organizzando convegni e corsi per docenti e pubblicando materiali. In Francia l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) dedica una apposita sezione all'*Épistémologie et histoire*. Sezioni specifiche sull'insegnamento sono sviluppate all'interno dei congressi internazionali di storia della scienza, e viceversa la storia della matematica in classe occupa una parte rilevante nei convegni sulla didattica della disciplina. L'American Mathematical Association ha pubblicato diversi volumi dedicati alla introduzione di temi matematici attraverso percorsi storici.

Ultimamente in Italia specifici convegni sono stati organizzati e altri prenderanno il via prossimamente, sulla spinta legislativa delle Indicazioni Ministeriali relative ai nuovi programmi pubblicati nel marzo 2010 e che sottolineano l'importanza di connettere le diverse teorie matematiche studiate con le problematiche storiche che le hanno originate.¹ Sembra oramai accertato, che un approccio storico, specialmente in concomitanza ad ostacoli epistemologici, favorisca un apprendimento della disciplina stessa e dell'autostima. Inoltre esso colloca la disciplina matematica all'interno di una più generale storia della cultura, favorendo un apprendimento olistico della scienza. A fronte di un largo consenso sulla necessità di introdurre elementi di storia della matematica a tutti i livelli

¹ Si vedano i convegni organizzati nel 2011 e nel 2013 dal Giardino di Archimede in collaborazione con la SISM (Società Italiana di storia delle matematiche):
<http://php.math.unifi.it/convegnostoria/index.html>
<http://php.math.unifi.it/convegnostoria/convegnostoria2/index.html>

dell'insegnamento e delle indicazioni esistenti nei curricula scolastici, non è tuttavia ancora definito un quadro generale né una prassi didattica. Pertanto si ricercano proposte, esperienze e metodologie, che forniscano suggerimenti per un uso non episodico della storia in classe e per una sua adeguata integrazione nel percorso di studi. Nell'ambito della SSIS, sono state sviluppate diverse esperienze in questo campo. Qui viene proposto un percorso per l'apprendimento della trigonometria, disciplina spesso ostica e arida in un approccio tradizionale, che appare strettamente collegata all'astronomia e alle necessità di misurare oggetti non raggiungibili (topografia). Il percorso è principalmente indirizzato alle classi terza e quarta del Liceo Scientifico, degli Istituti Tecnici e degli Istituti Professionali (di tipo Tecnologico). Si parte dalle antiche tavole delle corde, dai teoremi di Tolomeo per derivare formule di sottrazione e bisezione, dai contributi di indiani e arabi, per arrivare agli sviluppi in Occidente e alla risoluzione dei triangoli rettangoli, alle tavole logaritmiche e trigonometriche e alle funzioni circolari.

Il contributo di Giuliano Mazzanti, Valter Roselli e Luigi Tomasi è incentrato sulla introduzione dell'algebra lineare nella scuola secondaria di secondo grado. L'introduzione del concetto di vettore, con riferimento alle operazioni fondamentali, era già previsto nel programma sperimentale PNI nella terza classe, ai fini del suo utilizzo in altri capitoli della matematica e nelle altre scienze. L'argomento doveva essere ripreso ed ampliato successivamente, pervenendo al concetto generale di spazio vettoriale ed, eventualmente, a quello di applicazione lineare attraverso l'analisi di casi concreti in vari contesti. Nelle attuali Indicazioni nazionali (2010) per il Liceo Scientifico (Primo Biennio - Aritmetica e algebra), sono inclusi i concetti di vettore, di dipendenza e indipendenza lineare, di prodotto scalare e vettoriale nel piano e nello spazio nonché gli elementi del calcolo matriciale. Dopo aver analizzato, anche criticamente, la proposizione di questo programma che appare troppo ambizioso, gli autori propongono un percorso adeguato alle conoscenze pregresse degli alunni, valorizzando il calcolo vettoriale, non solo per le note applicazioni nel campo della fisica, ma anche nell'affrontare argomenti diversi di matematica, e particolarmente di geometria analitica. Il percorso, presentato in forma unitaria si presta ad essere articolato dal docente in tempi diversi a seconda dei temi introdotti, poiché permette di stabilire relazioni e collegamenti tra argomenti di algebra e le applicazioni.

Alla introduzione del concetto di probabilità nella scuola secondaria superiore è dedicato il lavoro di Paola Vighi. Si tratta di un tema, quello della probabilità, inserito nei programmi della scuola secondaria in Italia solo in tempi recenti, e dunque spesso senza l'apporto di precedenti espe-

9 - Introduzione

rienze, anche personali, degli insegnanti. L'attività svolta dall'autrice nell'ambito della SSIS ha condotto alla elaborazione delle considerazioni e del materiale che qui è proposto. Dopo una illustrazione del quadro teorico di riferimento, basato sulla letteratura internazionale, l'autrice sottolinea come dall'indagine condotta risultasse problematica non tanto la trasmissione delle procedure basate sul calcolo combinatorio e sull'uso di frazioni, grafi, e diagrammi ad albero, quanto l'introduzione al concetto stesso di probabilità, e lo 'scoprire o intuire la probabilità di un evento'. Viene quindi proposta una scelta di problemi, che spaziano da Galileo ai giorni nostri, i quali, opportunamente commentati, costituiscono i primi passi per accedere al mondo della probabilità per i futuri insegnanti e per gli studenti. I problemi, arricchiti di aspetti non deterministici in situazioni di tipo aleatorio, sono anche un'occasione per riflettere sull'uso del buon senso e dell'intuizione, facendo emergere l'esigenza del calcolo delle probabilità come 'strumento più sicuro e veloce', per passare successivamente al calcolo come conferma dei risultati ottenuti.

Al ruolo della Logica matematica nell'insegnamento e nella formazione degli insegnanti è dedicato il lavoro di Carlo Marchini. Se in passato argomenti di Logica matematica trovavano posto e spazio nei programmi o nelle proposte di programmi (progetto Brocca, Piano nazionale dell'Informatica, programmi per la Scuola Media e per la Scuola Elementare) oggi questa esigenza, tradotta negli attuali documenti ufficiali della scuola, sembra molto ridotta.

L'autore sottolinea però, alla luce della sua esperienza di docente SSIS, l'importanza formativa della Logica matematica e l'utilità quindi di ricevere una preparazione adeguata in questo campo anche nel TFA. La mancanza o una presenza avulsa dal contesto, di un capitolo di logica matematica nei libri scolastici, la necessità di una riflessione filosofica ed epistemologica sulla disciplina, finalizzata alla figura dell'insegnante, la validità di una formazione in logica matematica ai fini della certificazione e della valutazione della conoscenza, hanno motivato la scelta della sezione di Parma per l'Indirizzo FIM della SSIS d'inserire la Logica matematica tra gli argomenti da trattare (per le classi di abilitazione A047 e A049). Questo è stato realizzato rifuggendo dalla rigida schematizzazione che s'incontra sui manuali scolastici e sui testi universitari specifici per l'argomento, ma cercando di mostrare come si possa gestire l'apprendimento della Logica matematica nelle prassi scolastiche più consuete. L'autore presenta allora uno schema riassuntivo del suo sviluppo, introduce e illustra con esempi presi dalla matematica, le distinzioni tra verità e dimostrabilità, tra linguaggio e metalinguaggio, tra sintassi e

semantica, intensione ed estensione... Quindi si passa ai sistemi deduttivi, con una analisi di manuali scolastici in questo contesto, ai rapporti tra logica minimale, logica intuizionista e logica classica, agli assiomi e le regole d'inferenza, e alla descrizione sommaria di altre parti del corso di Logica per gli specializzandi SSIS (suddivisi in un Indice e quattro lezioni). Infine è trattato il tema delle sostituzioni e del loro corretto utilizzo, e delle strategie per il loro insegnamento.

L'articolo di Giuliana Gnani e Angela Balestra presenta una interessante sperimentazione che ha riguardato la formazione di insegnanti di matematica e scienze. Si tratta di un corso di formazione on-line, progettato e sperimentato all'interno di un progetto europeo (progetto ISSUE) che ha operato dal 2005 al 2008. I principi ispiratori erano quelli di realizzare percorsi di tipo interdisciplinare, tra matematica e scienze, condivisivi a livelli europeo e dunque compatibili con i diversi ordinamenti dei paesi partecipanti, per studenti tra gli 11 e i 14 anni. L'interdisciplinarietà dei percorsi doveva in particolare favorire un apprendimento olistico delle conoscenze scientifiche, e dunque un patrimonio permanente dello studente, anche in un ambiente extrascolastico e in situazioni nuove. Tra gli obiettivi, anche quello di favorire le candidature alle professioni di matematico, fisico, chimico, biologo, geologo e di predisporre una piattaforma comune di conoscenze nella prospettiva di una integrazione europea del sistema di istruzione. Il corso di formazione era la fase finale del progetto, in cui i materiali elaborati servivano per la formazione di nuovi docenti, che dovevano apprendere una metodologia di insegnamento di tipo interdisciplinare. La partecipazione del gruppo di ricerca dell'Università di Ferrara ha prodotto diversi materiali, in particolare il corso cui si fa riferimento nell'articolo, ha visto la partecipazione di due tutor e di alcuni insegnanti, che provenivano dalla esperienza SSIS, ed ha avuto successive ricadute nell'ambito della Scuola di specializzazione e nella collaborazione ad altri progetti dell'Ufficio Scolastico regionale dell'Emilia Romagna. Le modalità di realizzazione, che fanno ricorso alle Tecnologie della informazione e della comunicazione, possono costituire un modello per corsi analoghi.

Segue un articolo sulla sperimentazione del progetto EM.MA, avviato nel triennio 2008-2011 dall'Ufficio Scolastico Regionale dell'Emilia Romagna, a seguito delle criticità sugli apprendimenti in matematica degli studenti della regione, messi in luce dalle indagini OCSE (Pisa 2006), dalla prova nazionale INVALSI effettuata nell'ambito degli esami di licenza media (Legge 176/2007) e dalle numerose rilevazioni svolte a livello regionale. Il progetto, il cui acronimo significa "Emergenza mate-

matica”, ha voluto avviare, a partire dall’analisi delle rilevazioni, una riflessione didattica ampia che potesse coinvolgere i docenti di matematica, dalla primaria al biennio di secondo grado, sulle problematiche dell’apprendimento e su possibili strategie migliorative, da elaborare attraverso un confronto organico e permanente.

Nell’articolo sono riportati le tappe più significative dello svolgimento del progetto nella provincia di Ferrara, a partire dal coinvolgimento delle scuole primarie e secondarie di primo grado, esteso poi al biennio delle scuole di secondo grado. Per realizzare un intervento capillare, il territorio di Ferrara è stato suddiviso in tre reti, che sotto la responsabilità di tutor senior realizzavano seminari per i tutor junior, operanti nelle singole scuole. E’ stato realizzato quindi un approccio cooperativo tra gradi di istruzione diversi, operanti nello stesso territorio, su un nucleo tematico diverso assegnato a ciascuna rete. Al termine del biennio, nella provincia di Ferrara sono continuate le attività del progetto denominato EM.MA 2, dedicato allo studio del processo dell’argomentazione. La seconda parte dell’articolo illustra le modalità di lavoro del progetto EM.MA, che si propone come un modello di aggiornamento permanente per i docenti di matematica, una volta che sia individuato un nucleo di contenuti/abilità problematico, attraverso la costituzione di un gruppo di ricerca eterogeneo per livello di scuola.

In un periodo in cui si sono succedute, a distanza di pochi anni, riforme dell’insegnamento primario e secondario, ed anche di quello superiore, è molto opportuna una riflessione sulla nostra storia passata. Come in altri campi, anche in quello dell’istruzione la memoria storica può insegnare a scegliere percorsi virtuosi già sperimentati o ad evitare quelli rivelatisi inadeguati o dannosi. Sono dunque qui inseriti due contributi sulla storia dell’istruzione, utili alla interpretazione della attuale legislazione scolastica.

Nel contributo di Elisa Patergnani si ricostruisce, con l’ausilio di una ricerca storica accurata e documenti rari d’archivio, l’insegnamento nelle scuole tecniche a Ferrara, prima e dopo l’Unità d’Italia. L’insegnamento tecnico, in un territorio come quello ferrarese, la cui sopravvivenza era ed è legata alla gestione delle acque, ha origine nelle figure di Giudici e Notai d’Argine, ossia dei periti addetti alla salvaguardia del territorio dalle piene dei fiumi (1675). Una formazione tecnica superiore era impartita nella Accademia di Disegno istituita nel 1736, che comprendeva una scuola per disegnatori d’architettura e prospettiva. Nel periodo napoleonico, la pubblica istruzione fu suddivisa in elementare, media e superiore e furono soppresse le Università di Ferrara e Modena e mantenute solo

quelle di Pavia e Bologna. Ferrara, capoluogo del Dipartimento del Basso Po, fu sede del Liceo Dipartimentale (che comprendeva tra i suoi insegnamenti Elementi di geometria ed algebra, Fisica generale e sperimentale, Principi di disegno architettonico e Figura, Agraria, Chimica e Botanica), e anche di una scuola speciale (superiore) di idrostatica a Ferrara. Nell'articolo della Patergnani sono ricostruiti insegnamenti e docenti di queste scuole, come pure quelli per la formazione di ingegneri e periti agrimensori della successiva università pontificia dopo la Restaurazione, e dei tecnici formati nella Scuola di agricoltura comunale (1843). La seconda parte dell'articolo esplora la formazione tecnica a Ferrara dopo la Legge Casati (1859), con il progressivo adeguamento delle strutture locali alle leggi nazionali.

Luigi Tomasi presenta un ampio quadro della evoluzione delle indicazioni e dei programmi per l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria in Italia, partendo dalle sperimentazioni degli anni Ottanta per arrivare al riordino del 2010. Il Piano Nazionale per l'Informatica segna l'introduzione del computer nella scuola a partire dagli anni Settanta, inizialmente negli Istituti Tecnici e poi in tutte le scuole superiori, e fu anche l'occasione per una riscrittura dei programmi di matematica. L'autore, che ha vissuto da vicino questa evoluzione, con anche la partecipazione ad alcune commissioni, descrive poi la matematica nei programmi del 'Progetto Brocca' (1987), il periodo di sperimentazione dal 1996 al 2000 e la proposta di un nuovo curriculum di matematica da parte dell'Unione Matematica Italiana. Infine è descritto il processo di riforma iniziato nel 2001 e concluso nel 2010 con il riordino dei Licei, degli Istituti Tecnici e degli Istituti Professionali. Sono analizzate in dettaglio, con riferimento alla matematica, le nuove Indicazioni per i Licei.

Maria Teresa Borgato