Introduzione al concetto di probabilità nella scuola secondaria superiore

Paola Vighi(*)

1. Introduzione

Il presente lavoro documenta alcune riflessioni, attività e proposte sull'insegnamento della probabilità, in particolare sull'introduzione al concetto di probabilità, elaborate dall'autore nell'ambito delle lezioni sul tema, svolte presso la SSIS (Scuola di Specializzazione per l'Insegnamento Secondario) di Parma, indirizzo FIM (Fisico-Informatico-Matematico) rivolte a futuri docenti nelle aree A047 (Matematica) e A049 (Matematica e Fisica).

Innanzitutto riflettiamo sulla seguente affermazione:

> Ci sono […] nella storia di ogni docente, settori della conoscenza poco rielaborati, poco sottoposti alla verifica critica provocata dal ripensamento personale o dalla curiosità insistente e tenace di qualche allievo: per i matematici […] una di queste isole poco esplorate porta il nome di *Probabilità* (Branda e Arnaldi Suria, 1998).

Il rapporto degli insegnanti con il tema probabilità è solitamente difficile per diversi motivi, che cerchiamo di illustrare in breve. Normalmente nei piani di studio universitari si può inserire al massimo un corso di probabilità oppure di statistica, come facoltativo; inoltre spesso il corso si basa su aspetti teorici, in particolare sull'impostazione assiomatica di Kolmogorov. Ciò può comportare un mancato approfondimento del contenuto matematico, nonché una totale assenza di riflessione sugli aspetti didattici. Per questi ultimi, l'insegnante non può nemmeno far ricorso alla propria esperienza preuniversitaria in quanto il tema è di introduzione relativamente recente nei programmi scolastici. In effetti, l'esigenza di un

---

(*) Università degli Studi di Parma - Dipartimento di Matematica e Informatica (paola.vighi@unipr.it).

insegnamento della probabilità nella scuola secondaria superiore è stata solo recentemente sollecitata dall'introduzione dell'argomento nei test PISA (tema «Incertezza») e nelle Indicazioni per il Curricolo del 2007 (tema «Dati e previsioni»). Dunque non c'è nemmeno la possibilità di riferirsi alle esperienze scolastiche personali e di riprodurre uno stile di insegnamento conosciuto sui banchi di scuola, seguendo l'atteggiamento dell'«insegnare nel modo in cui è stato loro insegnato» che spesso viene adottato dai docenti.

C'è poi una caratteristica intrinseca al tema, il trattamento delle situazioni di incertezza, che contrasta con la mentalità deterministica che gli insegnanti di matematica applicano usualmente nel proprio lavoro. In altre parole, incontrano difficoltà nel passare da situazioni che si occupano di certezza a situazioni che hanno a che fare con incertezza, caso e pensiero non deterministico.

Dall'indagine conoscitiva svolta da Branda e Arnaldi Suria (1998) emergono aspetti quali l'interesse per l' argomento, ma anche l'insicurezza nell'insegnarlo, che conduce i docenti a dichiarare di lasciarlo come argomento da trattare «se rimane tempo», di aiutarsi con lucidi durante le lezioni per sentirsi più sicuri, di assegnare esercizi solo dopo averli svolti personalmente controllando il risultato sul libro.

2. Quadro teorico di riferimento

Stohl (2005) ha osservato che «il successo di qualunque curriculum relativo alla probabilità per sviluppare il ragionamento probabilistico degli studenti dipende notevolmente dalla comprensione della probabilità da parte degli insegnanti così come da una più profonda comprensione dei problemi come le 'misconcezioni' degli studenti»[28].

Il primo aspetto evidenziato da Stohl, la comprensione della probabilità, è relativo a quello che Shulman (1986) definisce «mathematical content knowledge», che riguarda la conoscenza dei concetti e dei processi relativi alla organizzazione ed alla struttura della matematica, mentre il secondo aspetto, le misconcezioni degli studenti, è relativo al «knowledge of student cognitions» che sempre Shulman (1987) associa alla consapevolezza delle concezioni degli studenti sul concetto. Lo stesso autore parla anche di «pedagogical content knowledge» (Shulman, 1986) che si può descrivere come la conoscenza di strategie, modelli ed esempi oppor-

---

[28] Nella stesura del presente quadro teorico ci si avvale della panoramica relativa alle ricerche sul tema, presentata da G.A. Jones, C.W.Langrall e E.S. Mooney in Lester (2007).

tuni per presentare il contenuto matematico.

In particolare, per quanto riguarda il 'mathematical content knowledge' dello specifico argomento 'probabilità', Kvatinsky e Even (2002) individuano tre aree critiche:
1. gli insegnanti devono comprendere le caratteristiche essenziali che rendono la probabilità diversa da altri campi della matematica (cioè il suo focus su incertezza e caso);
2. gli insegnanti dovrebbero comprendere gli aspetti della matematica che supportano il pensiero probabilistico e quelli che lo inibiscono;
3. gli insegnanti devono comprendere il potere della probabilità nell'occuparsi di situazioni della vita quotidiana.

In altre parole, i docenti devono per primi 'superare il problema dell'incertezza', affrontare quello dei legami tra matematica e probabilità, essere consapevoli delle potenzialità dell'argomento nelle applicazioni.

Per quanto riguarda il *pedagogical content knowledge,* la ricerca sottolinea l'importanza di creare effettivi ambienti di apprendimento della probabilità, di non trascurare lo stretto legame tra probabilità e statistica, ma soprattutto di usare una ben precisa serie di consegne per sviluppare i concetti di probabilità (Steinbring, 1991).

Infine il *knowledge of student cognitions* sul tema è stato oggetto di numerose ricerche; in particolare, (Fischbein, 1975) insiste sul ruolo dell'intuizione: è importante occuparsi delle intuizioni probabilistiche degli studenti e tenere presente che l'intuizione può portare a risposte errate. Gli insegnanti non solo devono conoscere le intuizioni degli studenti, ma soprattutto in classe devono confrontarle con quelle dei propri studenti (Steinbring, 1991).

3. L'antefatto

Nel programma del corso di Didattica della Matematica I/2 attivato presso la SSIS-Parma erano presenti i seguenti argomenti: Incertezza delle osservazioni e valutazioni di probabilità in senso classico e frequentista; eventi ed operazioni su eventi; additività della probabilità; condizionamento ed indipendenza.

Prima di affrontare il loro insegnamento, mi sono interrogata su quali fossero le conoscenze dei corsisti sul tema, soprattutto ho ritenuto opportuno cercare di comprendere le loro convinzioni sull'opportunità di insegnarlo. Poiché «Le convinzioni degli insegnanti sono una delle cause sia della discrepanza tra i programmi ufficiali e ciò che è effettivamente fatto in classe, sia della difficoltà nell'introdurre innovazioni nell'insegnamento» (Furinghetti, 2011), ho pensato di partire da quelle, presentando ai corsisti una sequenza di domande: hai studiato probabilità? hai insegnato probabilità? quali difficoltà presenta, secondo te, l'insegnamento di questo argomento? Perché il calcolo delle probabilità è entrato a far parte solo recentemente dei programmi scolastici? Il questionario mi ha permesso di indagare sulle cosiddette 'filosofie implicite' che, secondo Speranza (1997, p. 176), «È importante portare alla luce […], per costruire un più razionale quadro di riferimento per la conoscenza».

Nel caso specifico, il quadro che è emerso mi ha condotto a scegliere di approfondire l'introduzione al concetto, in quanto mi sono trovata di fronte a discenti che non avevano mai studiato il tema oppure che, pur avendolo studiato, non lo possedevano nei suoi aspetti basilari. In altre parole, conoscevano contenuti teorici, ma preferivano un approccio procedurale basato sul calcolo combinatorio e sull'uso di frazioni, grafi, diagrammi ad albero e così via, in quanto individuavano una notevole difficoltà, sia personale che per gli studenti, relativamente allo 'scoprire o intuire la probabilità di un evento'.

Ho scelto perciò con i corsisti della SSIS lo stesso approccio adottato con gli studenti universitari in diversi corsi da me tenuti, che ha come primo obiettivo 'imparare a pensare probabilisticamente'. Si tratta di un approccio che ripropone alcuni problemi che ho scelto per un duplice motivo: da una parte essi forniscono una giustificazione (di carattere storico-epistemologico) della resistenza che ancor oggi si nota nell'affrontare il tema, d'altra parte essi consentono un approccio motivante e accattivante, ma soprattutto opportuno e funzionale alla formazione del concetto di probabilità. Pertanto, nell'ottica di Steinbring (1991) ho predisposto una sequenza di quesiti, tutti molto noti e per la maggior parte tratti dalla storia della probabilità, per arrivare a concludere con un esempio relativamente recente, presentato in un gioco a premi televisivo statunitense, il cosiddetto 'dilemma di Monthy Hall'.

4. L'itinerario didattico

Inizialmente mi sono avvalsa del seguente brano ed ho chiesto di commentarlo:

> Nella sua accezione più restrittiva, si tratta di calcolare le probabilità di certi eventi a partire dalla probabilità di altri eventi: in genere di eventi complessi a partire da eventi semplici, per i quali si pensa di poter valutare direttamente

> la probabilità […]. Nella sua accezione più vasta, il calcolo delle probabilità non si limita a studiare le relazioni matematiche, ma si pone preliminarmente il problema di chiarire come dal concetto intuitivo si passa al modello matematico. (Dall'Aglio, 1987).

L'autore mette in evidenza una distinzione fondamentale: un conto è calcolare la probabilità di un evento mediante la definizione classica, esprimendola con frazioni o percentuali, ben altro conto è costruire il concetto di probabilità a partire dall'intuizione, per arrivare poi ad una formalizzazione e ad una teoria. Non è un caso che, quando l'argomento è stato introdotto nei programmi di scuola elementare del 1985/87, si sia parlato di «preparare nel bambino un terreno intuitivo su cui si possa, in una fase successiva, fondare l'analisi razionale delle situazioni di incertezza». L'introduzione del tema nei programmi di scuola media del 1979 aveva infatti avuto ricadute non sempre positive, in quanto nella pratica scolastica l'esecuzione di un problema sulla probabilità era spesso diventata un semplice esercizio sulle frazioni.

Allo scopo di 'porre in situazione' i corsisti SSIS ho predisposto e presentato una sequenza di problemi, chiedendo di risolverli, motivando le proprie soluzioni. Qui di seguito si riportano i problemi, le soluzioni, ma soprattutto si cercherà di descrivere gli atteggiamenti e le convinzioni dei corsisti, che sono stati oggetto di discussione in aula fino ad arrivare ad una rielaborazione e ad una sistemazione dei concetti coinvolti.

a) Il problema dei dadi.

Galileo (1564-1642) affronta il *Problema dei tre dadi*, che gli viene presentato da un amico, in questo modo:

> Con tre dadi si ottiene il 9 in sei modi diversi, così anche per il 10, eppure l'esperienza mi dice che il 10 viene più spesso del 9! (Boffa-Caredda, 1990).

In effetti, il 9 si può ottenere come somma di sei diverse terne di numeri: (1,2,6), (1,3,5), (1,4,4), (2,2,5), (2,3,4), (3,3,3). Il 10 si può ottenere a sua volta dalle sei terne seguenti: (1,3,6), (1,4,5), (2,2,6), (2,3,5), (2,4,4), (3,3,4). L'amico di Galileo pensava che, essendovi in entrambi i casi sei possibili terne, i due eventi 'la somma dà 9' e 'la somma dà 10' dovessero avere la stessa probabilità, eppure la sua esperienza di incallito giocatore smentiva questo ragionamento. Come mai?

Commenti: Per sua natura il problema si presta ad essere trattato utilizzando la definizione classica di probabilità ed evidenzia l'importanza ed il ruolo del calcolo combinatorio in questo contesto. Trattandosi di un problema molto noto, alcuni corsisti conoscevano già la soluzione, altri l'hanno facilmente individuata collegandola al problema dei 'numeri ripetuti'. Io ho scelto di giustificarla con le parole di Galileo, come in (Boffa-Caredda, 1990, p. 46): «Abbiamo dunque sin qui dichiarato questi tre fondamenti: primo, che le triplicità, cioè il numero delle scoperte dei tre dadi, che si compongono di 3 numeri eguali, non si producono se non in un modo solo; secondo, le triplicità che nascono da 2 numeri eguali e dal terzo differente, si producono in 3 maniere; terzo, quelle che nascono da 3 numeri tutti differenti, si formano in 6 maniere. Da questi tre fondamenti agevolmente raccorremo in quanti modi, o vogliam dire in quante scoperte differenti, si possono formare tutti i numeri dei 3 dadi, […]». Dopo che alcuni corsisti hanno calcolato le probabilità dei due eventi, rispettivamente 25/216 e 27/216, si è concluso che, trattandosi di una differenza «davvero piccola», all'epoca di Galileo (e di Cardano) il gioco d'azzardo doveva essere davvero molto praticato.

Dal punto di vista didattico, si è osservato che il 'problema di Galileo' può essere presentato in classe. Inizialmente si può notare che lanciando tre dadi e sommando i numeri che compaiono sulle loro facce si ottengono numeri compresi fra 3 e 18, che è poco probabile ottenere 3, che 3 e 18 hanno la stessa probabilità di presentarsi e così via. Si possono proporre confronti di probabilità, per passare poi al 'problema dei tre dadi' e, dopo che gli allievi avranno fornito le loro spiegazioni, si può presentare la soluzione trovata da Galileo. Quello che dovrebbe essere evidenziato, al di là del calcolo effettivo della probabilità di ciascun evento, è che la differenza fondamentale sta nel fatto che il 9 si può ottenere come 'tre volte 3', cioè come somma di tre numeri uguali, mentre questo non succede per il 10. Non si parlerà così esplicitamente di probabilità come rapporto, ma ci si limiterà ad osservare che, a parità di casi possibili, l'evento che si presenta in più modi distinti è anche quello più probabile.

b) Il problema della ripartizione della posta.

L'origine del calcolo delle probabilità viene abitualmente associata ad una data, il 1654, anno in cui Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665) si scambiarono lettere sul *Problema del cavaliere de Méré* o *della ripartizione della posta*[29]. Il cavaliere de Méré era un gioca-

[29] Oggi non tutti gli storici concordano nell'individuare le origini del calcolo delle probabilità nel gioco d'azzardo e relativi problemi: a stimolarne lo sviluppo sarebbero state piuttosto esigenze di carattere economico. Nel XIV secolo, ad esempio, sorsero in Olanda ed in Italia le prime com-

tore d'azzardo, che si poneva il seguente problema:

> Se una partita viene interrotta prima della fine, come è corretto dividere la posta tra i giocatori? Presentiamo qui di seguito una versione semplificata del quesito. Supponiamo che i giocatori siano due, A e B, che il gioco si basi sul lancio di una moneta e che la posta sia di 64 monete. Il giocatore A vince se esce Testa, il giocatore B vince se esce Croce. Il gioco termina quando uno dei due ha realizzato cinque vittorie. Di fatto, il gioco viene interrotto dopo che A ha vinto 4 volte e B 3 volte. I due giocatori si mettono a discutere sulla ripartizione della posta … Quale potrebbe essere, secondo voi, un'equa ripartizione della posta?

Commenti: il pensiero deterministico porta alcuni corsisti a proporre di suddividere la posta dando 4/7 delle monete ad un giocatore e 3/7 all'altro[30], anche se il fatto che il numero delle monete sia 64, non divisibile per 7, fa venire qualche dubbio[31]. Qui il problema risiede nel basarsi su 'ciò che si è già verificato' piuttosto che 'su ciò che si verificherà', insomma nel tener conto del passato piuttosto che del futuro. Dal punto di vista didattico consigliamo anche in questo caso di esaminare i documenti pervenutici, in particolare di presentare e analizzare le soluzioni, metodologicamente diverse, di Fermat e Pascal, che possiamo così sintetizzare: Fermat risolve il problema usando il cosiddetto metodo delle «combinaisons», il ragionamento di Pascal è invece più di buon senso, anche se fa riferimento alle combinazioni[32], ed è questo: «Sono sicuro di avere 32 pistole, in quanto anche perdendo le ottengo; ma le altre 32 le potrei avere io o le potreste avere voi: il rischio è uguale; dividiamo dunque queste 32 pistole a metà e datemi, oltre a ciò, le mie 32 pistole che mi sono assicurate.» (Marchini, 2011). Egli avrà, dunque, 48 pistole e l'altro 16 (la 'pistole' era la moneta dell'epoca).

Di fatto, anche se Pascal e Fermat non diedero una stesura sistematica ai loro risultati, la loro corrispondenza, secondo Boyer (1980, p. 418) «rappresentò l'inizio della moderna teoria della probabilità».

c) Il problema del condannato a morte.

---

pagnie di assicurazione marittima, che stabilivano i 'premi' in base a considerazioni di tipo statistico; tenevano infatti conto della pericolosità del viaggio, del valore della merce trasportata ecc.

[30] Questa è anche la soluzione suggerita da Luca Pacioli.

[31] In effetti, non è un caso che 64 sia un multiplo di 16, che è il numero dei casi possibili.

[32] Un opportuno approfondimento si può basare sulla lettura dell'esame e dello scambio epistolare tra Fermat e Pascal, reperibile nel sito http://www.unipr.it/arpa/urdidmat/MC10_11/MC10_11Cap02.pdf, p. 48-49.

Ad un condannato a morte il re offre un'ultima possibilità di salvarsi. Gli propone di disporre 4 biglie, 2 bianche e 2 nere, all'interno di due urne, come preferisce, purché nessuna urna resti vuota e nessuna biglia rimanga fuori. Successivamente il re sceglierà un'urna, estrarrà una biglia e, se questa sarà bianca, il condannato sarà graziato, altrimenti sarà definitivamente condannato. Se tu fossi nei panni del condannato, come distribuiresti le biglie?

Commenti: Il problema propone un confronto di probabilità. In ogni caso la vita del condannato rimarrà in pericolo, però può fare in modo di avere più possibilità di estrazione di una biglia bianca. Ci sono quattro possibili scelte: una biglia bianca ed una nera in ogni urna, due bianche in un'urna e due nere nell'altra, due bianche ed una nera in un'urna e una nera nell'altra urna, due nere ed una bianca in un'urna e una bianca nell'altra urna. I primi due casi sono equiprobabili: nel primo è indifferente la scelta dell'urna ed è determinante quella della biglia, nel secondo è indifferente la scelta della biglia ed è determinante quella dell'urna; in entrambi i casi il condannato ha il 50% di probabilità di salvarsi. Il più vantaggioso è l'ultimo caso, infatti nel terzo caso se il re sceglie la seconda urna per il condannato … è finita, nel quarto la scelta della seconda urna dà la grazia, mentre la scelta della prima dà una chance di salvezza su tre. Si conclude che l'ultimo è il caso più favorevole.

Per alcuni corsisti non è immediato riconoscere l'equiprobabilità dei primi due casi, altri la motivano evidenziando che una sola scelta da parte del re è determinante: nel primo caso quella di una biglia mentre la scelta di un'urna è indifferente, nel secondo è determinante la scelta di un'urna, ininfluente quella di una biglia. Altri tendono ad impostare calcoli con le frazioni piuttosto che confrontare probabilità facendo uso del solo ragionamento, per alcuni è difficile comprendere ed accettare la risposta fornita da altri.

d) Il problema dei compleanni.

La formulazione che ho scelto non è quella tradizionale[33], in quanto inizialmente ho preferito proporre ancora un confronto di probabilità.

Si chiede di mettere in ordine, dal meno al più probabile, i seguenti eventi:
a) una persona ben determinata compie gli anni in un ben determinato giorno dell'anno;
b) due persone ben determinate compiono gli anni in un ben determinato giorno dell'anno;

[33] Si veda http://it.wikipedia.org/wiki/Paradosso_del_compleanno

c) due persone ben determinate compiono gli anni nello stesso giorno dell'anno.

Commenti: La consegna non è di facile comprensione, occorre spesso illustrarla con esempi, così il 'ben determinato giorno' può essere identificato con quello in cui stiamo facendo lezione e le persone possono essere identificate con alcuni dei presenti. Si concorda sul fatto che l'evento b) è sicuramente meno probabile dell'a), entrambi vengono comunque ritenuti molto poco probabili, infine riesce difficile confrontare il terzo evento con i primi due. In effetti, dobbiamo precisare che il modo in cui è posto il problema può essere fuorviante poichè fa pensare a tre diversi valori di probabilità mentre, di fatto, gli eventi a) e c) sono equiprobabili in quanto scegliere due persone equivale a scegliere una persona ed una data di nascita: qui i corsisti spiegano che «una volta consultata la carta di identità di una delle due persone, basta controllare se la data di nascita dell'altra coincide oppure no con quella scritta sulla carta», richiamano poi il problema precedente ed individuano analogie con i primi due casi. In un secondo tempo chiedo di fornire una valutazione della probabilità del secondo caso e pongo la seguente domanda: «In un gruppo di 23 persone, la probabilità che due di esse compiano gli anni nello stesso giorno sarà minore o maggiore al 50%?». Il senso comune porta a ritenerla di molto inferiore rispetto alla percentuale da me indicata, anche se alcuni ricordano di essersi trovati in gruppi piuttosto numerosi in cui era successo che ci fossero coppie di persone nate nello stesso giorno e mese (non necessariamente nello stesso anno).

Dal punto di vista didattico si possono fare scelte diverse: o proporre di fare un'indagine prendendo, per esempio, come campione tutti gli allievi di una scuola oppure si possono consultare siti Internet sull'argomento. Si può anche approfittare di questo esempio per porre il problema delle diverse definizioni di probabilità: secondo l'impostazione classica la probabilità di nascita in un fissato giorno dell'anno è 1/365, ma i dati statistici ci danno altre informazioni (impostazione frequentista), infine l'esperienza documenta l'influenza delle fasi lunari sui parti che modifica la valutazione (impostazione soggettiva). Questo esempio dà l'opportunità di parlare della concezione soggettiva di probabilità, che è la meno conosciuta anche se è stata introdotta e studiata da un italiano, De Finetti (1906-1985) che ha introdotto il concetto di probabilità come 'grado di fiducia' nel verificarsi di un evento, dipendente dalle informazioni disponibili sull'evento stesso.

e) Il problema delle tre porte[34].
Il problema è presentato tramite la lettura di alcune pagine di un libro:

> Nella sua rubrica del 9 settembre 1990 la vos Savant[35] rispose a un notissimo rompicapo proposto da un lettore. Sei a un gioco a premi, e devi scegliere fra tre porte. Dietro a una c'è un'automobile, mentre dietro alle altre troverai solo delle capre. Tu scegli, diciamo, la porta n. 1, e il presentatore, che sa dov'è l'automobile, ne apre un'altra, dietro a cui c'è una capra. A questo punto, ti dà la possibilità di scegliere tra il restare fedele alla porta n. 1 o il passare all'altra. Che cosa ti conviene fare? (Hoffman, 1999, p.216).

Commenti: Si tratta del cosiddetto dilemma di Monthy Hall[36], soprannome del conduttore di un gioco a premi televisivo, Let's Make a Deal, la cui soluzione è spesso etichettata come «controintuitiva». In effetti, le persone a cui ho sottoposto il quesito, futuri insegnanti oppure studenti, si sono mostrati riluttanti nell'accettarne la soluzione. Questo non stupisce dato che, come documenta Hoffman (1999, p. 216): «Evidentemente, non era tanto scontato. La rubrica era appena apparsa, infatti, che la vos Savant si vide arrivare montagne di lettere di lettori, tra cui molti matematici, che non erano affatto d'accordo. Le possibilità, sostenevano, erano di cinquanta e cinquanta, non di due terzi a favore del cambiare porta. La rubrica del 2 dicembre 1990 riportava alcune delle lettere: «Da matematico di professione, la scarsezza di cognizioni matematiche tra il pubblico mi preoccupa alquanto. La pregherei, per non contribuirvi, di voler ammettere il suo errore. (R. Sachs, PH.D., George Mason University)», «Lei ha sbagliato, e di grosso! Glielo spiego: dopo che il presentatore ha svelato la capra, le possibilità di dare la risposta giusta sono una su due. Che si cambi o meno la propria scelta, rimangono le stesse. C'è già abbastanza ignoranza in questo paese, in fatto di matematica, e non c'è bisogno che il quoziente d'intelligenza più alto del mondo la aumenti ancora. Si vergogni! (S. Smith, Ph.D., University of Florida)».

Ho scelto di riportare diverse frasi dal libro di Hoffman che ho usato come 'mediatore' (Damiano, 1993) durante le mie lezioni. L'immagine usuale di un insegnante di matematica, anche nelle pubblicità televisive e

[34] Un problema essenzialmente identico appare col nome di *Problema dei tre prigionieri* nella rubrica *Mathematical Games* di Martin Gardner nel 1959. A sua volta Gardner l'avrebbe tratto dal *Paradosso delle scatole* di Bertrand (*Calcul des Probabilités, 1889).*
http://it.wikipedia.org/wiki/Paradosso_delle_tre_carte.

[35] Vos Savant era la curatrice di una rubrica sulla rivista Parade, ed era persona famosa per il suo alto quoziente di intelligenza.

[36] http://it.wikipedia.org/wiki/Problema di_Monty_Hall

in generale nei media, è quella di un docente che ha alle spalle una lavagna piena di calcoli e grafici. È importante invece comunicare che anche gli insegnanti di matematica leggono libri, non necessariamente di matematica, e che, a lezione, anche la lettura di un brano può essere opportuna. A questo proposito, si segnala che in rete, su You Tube si trovano due filmati sul problema delle tre porte: uno è un film[37], l'altro è un cartone animato[38]. Può essere interessante visionarli e commentarli: nel primo, uno studente, interrogato, fornisce velocemente la risposta, che il docente commenta parlando di «risposta basata sulle statistiche», di «cambio di variabile» e di soluzione ottenuta con «la semplice matematica». Evidentemente colui che ha scritto i dialoghi del film vi ha trasferito la sua idea di matematica piuttosto che una spiegazione della risposta fornita dallo studente. Un commento critico a questi aspetti relativi all'immagine della matematica nell'opinione comune può essere opportuno, poi si cercherà di comprendere la risposta fornita dallo studente. Il secondo filmato è basato sull'analisi ed illustrazione dei casi possibili per poi arrivare a convincere della soluzione, che viene argomentata mediante l'uso di percentuali. Significativo il fatto che 'cambiando la porta' ci sia il 66% di probabilità di vincere l'auto, mentre solo il 33% nell'altro caso. E dove è finito il restante 1%?

Il libro da cui ho tratto il problema delle tre porte racconta la storia di Paul Erdős, definito dall'autore «un genio alla ricerca della verità matematica». Può essere significativo leggere come questa persona geniale abbia avuto difficoltà a comprendere e risolvere il problema delle tre porte, finché gli venne proposta una sua simulazione al computer: «Dopo centinaia di prove, la soluzione del cambiare porta risultò vincente due contro uno, ed Erdős ammise che aveva torto. Ma quella simulazione non era più soddisfacente della dimostrazione al computer del Teorema dei quattro colori. […] Non rivelava perché fosse meglio cambiare porta» (Hoffman, 1999, p. 220). Questo aspetto 'rilancia' la dicotomia approccio classico - approccio frequentista, che a mio avviso non possono essere trattati separatamente; pone inoltre interrogativi sul concetto di dimostrazione in matematica.

5. Conclusioni

Speranza (1997, p. 180) evidenzia il ruolo della storia «per la formazione degli insegnanti o per valorizzare l'insegnamento della matematica». In questo contesto tale ruolo si rivela particolarmente significativo in

[37] http://www.youtube.com/watch?v=wOK48hgYCS4
[38] http://www.youtube.com/watch?v=mhlc7peGlGg&feature=related

quanto, la sequenza di problemi scelti, che spazia da Galileo ai giorni nostri, diventa oggetto dei primi passi nel mondo della probabilità per i futuri insegnanti e per gli studenti. I problemi sono stati un'occasione per riflettere sull'uso del buon senso e dell'intuizione, arricchiti di aspetti non deterministici in situazioni di tipo aleatorio. Questo approccio fa emergere l'esigenza del calcolo delle probabilità come 'strumento più sicuro e veloce'. Il passaggio successivo è stato quello di ricorrere al calcolo come conferma dei risultati ottenuti.

Bibliografia

Boffa, M., Caredda, C. (1990), *Probabilità e insegnamento elementare*, Torino: SEI.

Boyer, C.B. (1980), *Storia della matematica*, Milano: Mondadori.

Branda, A., Arnaldi Suria, P. (1998), Paura e probabilità, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 21B (5), pp. 407-418.

Dall'Aglio, G. (1987), *Calcolo delle probabilità*, Bologna: Zanichelli.

Damiano, E. (1993), *L'azione didattica*, Roma: Armando Editore.

Fischbein, E. (1975), *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*, Dordrecht, Nederlands: Reidel.

Furinghetti, F. (2011), Riflessione e azione nella formazione degli insegnanti: un esempio riguardante l'algebra, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 34 A-B (3), pp. 225-254.

Hoffman, P. (1999), *L'uomo che amava solo i numeri*, Milano: Arnoldo Mondadori Editore.

Jones, G.A., Langrall, C.W., Mooney E.S. (2007), Research in Probabilty. Responding to Classroom Realities, in Lester F.K. Jr. (2007), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Charlotte, NC28271: Information Age Publishing Inc., pp. 909-955.

Kvatinsky, T., Even, R. (2002), Framework for teacher knowledge and understanding of probability, *Proceeding of the Sixth International Conference on the Teaching of Statistics* [CD-ROM], Hawthorn, VIC, Australia: International Statistic Institute.

Lester, F.K. (2007), Second handbook of research on mathematics teaching and learning, Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc.

Marchini, C. (2011), *Appunti di Matematiche Complementari 1. A.A. 2010/11*, http://www.unipr.it/arpa/urdidmat/MC10_11.

Pellegrino, C. (2003), *Lo specchio di Martin. Guida a «Enigmi e Giochi Matematici» e dintorni*, Bologna: Pitagora.

Shulman, L.S. (1986), Those who understand: knowledge growth in teaching, *Educational Researcher*, 15, pp. 4-14.

Shulman, L.S. (1987), Knowledge and teaching: Foundations of the new reforms, *Harvard Educational Review*, 57, pp. 1-22.

Speranza, F. (1997), *Scritti di Epistemologia della Matematica*, Bologna: Pitagora.

Steinbring, H. (1991), The theoretical nature of probability in the classroom, in R. Kapadia e M. Borovcnik (a cura di), *Chance encounters: Probability in education*, Dordrecht, Nederlands: Kluwer, pp. 135-168.

Stohl, H. (2005), Probability in teacher education and development, in G.A. Jones (a cura di), *Exploring probability in school: Challenger for teaching and learning*, New York: Springer, pp. 345-366.